Определим множество единичных кубов:

.

Определим множество безразличных кубов: .

Склеиваем начальные кубы и формируем :

.

Первым этапом алгоритма Рота является нахождение множества простых импликант.

Для реализации этого этапа будем использовать операцию умножения (\*) над множествами С0, С1 и т. д., пока в результате операции будут образовываться новые кубы большей размерности.

Первый шаг умножения (С0\*С0) приведён в таблице ХХХ.

Таблица ХХХ – Поиск простых импликант (С0\*С0)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C0\*C0 | 11101 | 101100 | 0x1010 | 00110x | x10100 | 0x10x1 | xxx11x | 1xx0xx | 1xxxx1 |
| 011101 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 101100 |  | - |  |  |  |  |  |  |  |
| 0x1010 |  |  | - |  |  |  |  |  |  |
| 00110x | 0y1101 | y01100 |  | - |  |  |  |  |  |
| x10100 |  |  |  |  | - |  |  |  |  |
| 0x10x1 | 011y01 |  | 0x101y | 001y01 |  | - |  |  |  |
| xxx11x | 0111y1 | 1011y0 | 0x1y10 | 0011yx | x101y0 | 0x1y11 | - |  |  |
| 1xx0xx |  | 101y00 | yx1010 | y01y0x | 110y00 | yx10x1 | 1xxy1x | - |  |
| 1xxxx1 | y11101 | 10110y |  |  | 11010y | yx10x1 |  |  | - |

В результате этой операции сформируется новое множество кубов:

C1 = {0x1101, 011x01, 0111x1, x11101, x01100, 1011x0, 101x00, 10110x, 0x101x, 0x1x10, xx1010, 001x01, 0011xx, x01101, x101x0, 110x00, 11010x, 0x1x11, xx10x1, 1xxx1x, xxx11x, 1xx0xx, 1xxxx1}.

Множество Z0 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое.

В таблице XXX приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции С1\*С1.

В результате образовалось множество С2 кубов второй размерности:

C2 = {0x11x1, 0x1x01, xx1101, 011xx1, x11x01, x111x1, x0110x, x011x0, 101xx0, 1011xx, 101x0x, xx101x, 0x1x1x, xx1x10, 001xx1, x01x01, x011x1, 110xx0, 1101xx, 110x0x, xx1x11, 0011xx, x101x0, xx10x1, 1xxx1x, xxx11x, 1xx0xx, 1xxxx1}.

Множество Z1 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое.

В таблице XXX приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции С2\*С2.

В результате образовалось множество С3 кубов третьей размерности:

C3 = {0x1xx1, xx11x1, xx1x01, x11xx1, x011xx, 101xxx, xx1x1x, x01xx1, 110xxx, xx10x1, 1xxx1x, xxx11x, 1xx0xx, 1xxxx1}.

Множество Z2 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов имеет вид: Z2 = {x101x0}.

В таблице XXX приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции С3\*С3.

Таблица ХХХ – Поиск простых импликант С3\*С3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C3\*C3 | 0x1xx1 | xx11x1 | xx1x01 | x11xx1 | x011xx | 101xxx | xx1x1x | x01xx1 | 110xxx |
| 0x1xx1 | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| xx11x1 |  | - |  |  |  |  |  |  |  |
| xx1x01 |  |  | - |  |  |  |  |  |  |
| x11xx1 |  |  |  | - |  |  |  |  |  |
| x011xx |  |  |  |  | - |  |  |  |  |
| 101xxx |  |  |  |  |  | - |  |  |  |
| xx1x1x |  |  | xx1xy1 |  |  |  | - |  |  |
| x01xx1 |  |  |  | xy1xx1 |  |  |  | - |  |
| 110xxx |  |  |  |  |  |  |  |  | - |
| xx10x1 |  | xx1yx1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 1xxx1x |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| xxx11x |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1xx0xx |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1xxxx1 | yx1xx1 |  |  |  |  |  |  |  |  |

В результате образовалось множество С4 кубов четвёртой размерности:

C4 = {xx1xx1, xx1x1x, 1xxxx1}.

Множество Z3 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов имеет вид:

Z3 = {x101x0, x011xx, 101xxx, 110xxx, 1xxx1x, xxx11x, 1xx0xx}.

В таблице XXX приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции С4\*С4.

Таблица ХХХ – Поиск простых импликант С4\*С4

|  |  |
| --- | --- |
| C4\*C4 | xx1xx1 |
| xx1xx1 | - |
| xx1x1x |  |
| 1xxxx1 |  |

Новых кубов (пятой размерности) не образовалось.

Получено множество Z3 = {xx1xx1, xx1x1x, 1xxxx1}.

На этом заканчивается этап поиска простых импликант, т.к. |C5|≤1. Множество простых импликант:

Z =Z1 ⋃ Z2 ⋃ Z3 = {x101x0, x011xx, 101xxx, 110xxx, 1xxx1x, xxx11x, 1xx0xx, xx1xx1, xx1x1x, 1xxxx1}.

Следующий этап – поиск L-экстремалей на множестве простых импликант (таблица XXX). Для этого используется операция # (вычитание).

Таблица XXX – Поиск *L*-экстремалей

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| z#(Z-z) | x101x0 | x011xx | 101xxx | 110xxx | 1xxx1x | xxx11x | 1xx0xx | xx1xx1 | xx1x1x | 1xxxx1 |
| x101x0 | - | x011xx | 101xxx | 1100xx  110xx1 | 10xx1x  1x1x1x  1xx01x  1xxx11 | x0x11x  xx111x  xxx111 | 1xx0xx | xx1xx1 | xx1x1x | 1xxxx1 |
| x011xx | x101x0 | - | 1010xx | 1100xx  110xx1 | 100x1x  10x01x  111x1x  1x101x  1xx01x  11xx11  1x0x11  1xx011 | x0011x  x1111x  x1x111  xx0111 | 1xx0xx | x11xx1  xx10x1 | x11x1x  xx101x | 11xxx1  1x0xx1  1xx0x1 |
| 101xxx | x101x0 | 0011xx | - | 1100xx  110xx1 | 100x1x  10001x  111x1x  11101x  11x01x  1x001x  11xx11  1x0x11  11x011  1x0011 | x0011x  x1111x  x1x111  xx0111 | 11x0xx  1x00xx | x11xx1  0x10x1  x110x1 | x11x1x  0x101x  x1101x | 11xxx1  1x0xx1  11x0x1  1x00x1 |
| 110xxx | 0101x0 | 0011xx | 1010xx | - | 100x1x  10001x  111x1x  11101x  11101x  10001x  111x11  100x11  111011  100011 | x0011x  x1111x  01x111  x11111  0x0111  x00111 | 1110xx  1000xx | x11xx1  0x10x1  x110x1 | x11x1x  0x101x  x1101x | 111xx1  100xx1  1110x1  1000x1 |
| 1xxx1x | 0101x0 | 0011xx | 10100x | 11000x  110x01 | - | 00011x  01111x  01x111  011111  0x0111  000111 | 11100x  10000x | 011xx1  x11x01  0x10x1  0110x1  x11001 | 011x1x  0x101x  01101x | 111x01  100x01  111001  100001 |
| xxx11x | 010100 | 00110x | 10100x | 11000x  110x01 | 10001x  10001x  11101x  11101x  11101x  10001x  111011  100011  111011  100011 | - | 11100x  10000x | 0110x1  011x01  x11x01  0x10x1  0110x1  x11001 | 01101x  0x101x  01101x | 111x01  100x01  111001  100001 |
| 1xx0xx | 010100 | 00110x | Ø | 110101 | Ø | 00011x  01111x  01x111  011111  0x0111  000111 | - | 0110x1  011x01  011x01  x11101  0x10x1  0110x1  011001 | 01101x  0x101x  01101x | 111101  100101 |
| xx1xx1 | 010100 | 001100 |  | 110101 |  | 00011x  011110  010111  0x0111  000111 | 111000  10000x | - | 011010  0x1010  011010 | 100101 |
| xx1x1x | 010100 | 001100 |  | 110101 |  | 00011x  010111  0x0111  000111 | 111000  10000x | 011001  011x01  011x01  x11101  0x1001  011001  011001 | - | 100101 |
| 1xxxx1 | 010100 | 001100 |  | Ø |  | 00011x  010111  0x0111  000111 | 111000  100000 | 011001  011x01  011x01  011101  0x1001  011001  011001 | 011010  0x1010  011010 | - |
| Остаток | 010100 | 001100 |  |  |  | 00011x  010111  0x0111  000111 | 111000  100000 | 011001  011x01  011x01  011101  0x1001  011001  011001 | 011010  0x1010  011010 | 100101 |

В таблице XXX из каждой простой импликанты поочерёдно вычитаются все остальные простые импликанты *Z#(Z-z)*.

Получили кубы, “подозрительные” на *L*-экстремальность. Проверяем в таблице XXX.

Таблица XXX – Проверка на *L-*экстремальность

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 10100 | 11001 | 11010 | 11011 |
| 10100 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 10100 | Ø | Ø | Ø |
| 1100 | Ø | Ø | Ø | 1100 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 00011x | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 10111 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 0x0111 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 111 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 111000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 100000 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 11001 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 011x01 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 011x01 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 11101 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |
| 0x1001 | 1001 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 11001 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 11001 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11001 | Ø | Ø |
| 11010 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | Ø |
| 0x1010 | Ø | 1010 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | Ø |
| 11010 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | Ø |
| 100101 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

Продолжение таблицы XXX

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 11101 | 101100 | 110100 |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| 11101 | Ø | Ø |
| 11101 | Ø | Ø |
| 11101 | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |

Продолжение таблицы XXX

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |

E = {x101x0, x011xx, xx1xx1, xx1x1x}.

Далее необходимо проанализировать, какие из исходных единичных кубов (множество L) не покрыты найденной L-экстремалью. Этот анализ осуществляется с помощью таблицы XXX.

Таблица XXX – Поиск непокрытых наборов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| L#E | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 10100 | 11001 | 11010 | 11011 |
| x101x0 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | Ø | 11001 | 11010 | 11011 |
| x011xx | 1001 | 1010 | 1011 | Ø | Ø | Ø | 11001 | 11010 | 11011 |
| xx1xx1 | Ø | 1010 | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | 11010 | Ø |
| xx1x1x | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø | Ø |

Продолжение таблицы XXX

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 11101 | 101100 | 110100 |
| 11101 | 101100 | Ø |
| 11101 | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |
| Ø | Ø | Ø |

Из таблицы XXX видим, что найденная *L-*экстремаль покрывает все исходные наборы. Поиск минимального покрытия завершён.

*.*

: ?????